2019年度　埼玉県公立高校入試問題

50分
100点

（注）　別紙が１枚あります。この別紙は，計算したり，図をかいたりする場合に使ってかまいません。（別紙略）
答えに根号を含む場合は，根号をつけたままで答えなさい。

1　次の各問に答えなさい。

(1)　$-2a+5a$ を計算しなさい。

(2)　$(-8)\div(-4)-1$ を計算しなさい。

(3)　$3x^2\div(-y^2)\times 2xy^3$ を計算しなさい。

(4)　$\dfrac{10}{\sqrt{5}}-\sqrt{45}$ を計算しなさい。

(5)　$x^2+6x-27$ を因数分解しなさい。

(6)　連立方程式 $\begin{cases} y=5-3x \\ x-2y=4 \end{cases}$ を解きなさい。

(7)　２次方程式 $2x^2-3x-1=0$ を解きなさい。

(8)　y が x の１次関数で，そのグラフが２点(4，3)，(−2，0)を通るとき，この１次関数の式を求めなさい。

(9)　下の図１のような，１組の三角定規があります。この１組の三角定規を，図２のように，頂点Aと頂点Dが重なるように置き，辺BCと辺EFとの交点をGとします。
∠BAE = 25°のとき，∠CGF の大きさ x を求めなさい。

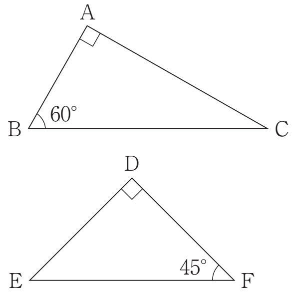


図１

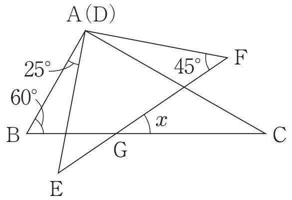


図２

(10) 関数 $y = x^2$ について述べた次のア～オの中から，正しいものを **2 つ**選び，その記号を書きなさい。

ア　この関数のグラフは，点(3，6)を通る。

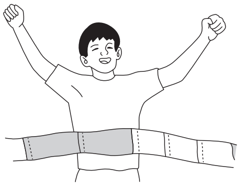
イ　この関数のグラフは放物線で，y 軸について対称である。

ウ　x の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のときの y の変域は $1 \leqq y \leqq 4$ である。

エ　x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合は 6 である。

オ　$x < 0$ の範囲では，x の値が増加するとき，y の値は増加する。

(11) 次は，先生，A さん，B さんの会話です。これを読んで，下の①，②に答えなさい。



先生　「縦 20cm，横 50cm の長方形の赤い布と縦 20cm，横 30cm の長方形の白い布を使って，縦 20cm，横 5 m のゴールテープを作ろうと思います。」

A さん　「どのように作るのですか。」

先生　「布は切らずに，ゴールテープの縦の長さは 20cm にそろえて，横は布と布を 5 cm ずつ重ねて縫い合わせます。」

A さん　「赤い布と白い布は何枚あるのですか。」

先生　「どちらもたくさんあります。」

B さん　「A さん，赤い布と白い布は横の長さが違うけれど，ちょうど 5 m にできるのかな。」

A さん　「赤い布だけなら，［ア］枚使って 5 m にできるよ。」

B さん　「赤い布と白い布の両方を使って，ちょうど 5 m になる枚数の組はあるのかな。」

A さん　「どうだろう。考えてみよう。」

①　［ア］にあてはまる数を書きなさい。

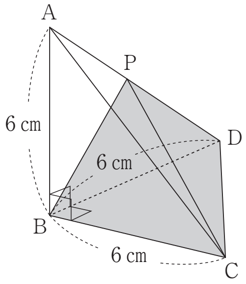
②　赤い布と白い布の両方を使って，ちょうど 5 m になる赤い布と白い布の枚数の組を，赤い布を x 枚，白い布を y 枚として，途中の説明も書いてすべて求めなさい。

2 次の各問に答えなさい。

(1) 白色のペットボトルキャップが入っている袋があります。この袋の中に，同じ大きさのオレンジ色のキャップを 50 個入れてよく混ぜ，無作為に 30 個を抽出しました。抽出したキャップのうち，オレンジ色のキャップは 6 個でした。はじめにこの袋の中に入っていたと考えられる白色のキャップは，およそ何個と推測されるか求めなさい。

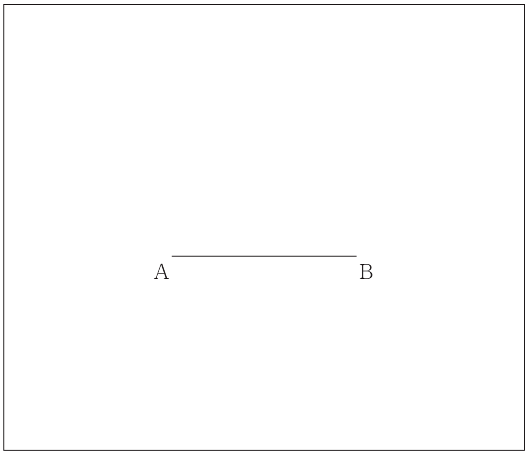
(2) 右の図のような，AB = BC = BD = 6 cm，∠ABC = ∠ABD = ∠CBD = 90° の三角錐 ABCD があり，辺 AD 上に AP : PD = 1 : 2 となる点 P をとります。

このとき，三角錐 PBCD の体積を求めなさい。



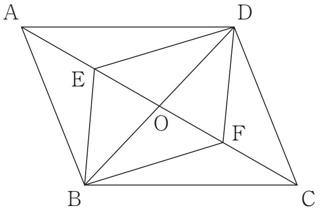
(3) 下の図のように，線分 AB があります。∠CAB = 105° となる半直線 AC をコンパスと定規を使って 1 つ作図しなさい。

ただし，作図するためにかいた線は，消さないでおきなさい。



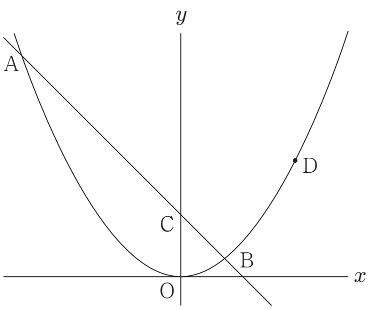
(4) 右の図のように，平行四辺形 ABCD の対角線の交点を O とし，線分 OA，OC 上に，AE = CF となる点 E，F をそれぞれとります。

このとき，四角形 EBFD は平行四辺形であることを証明しなさい。



3　右の図において，曲線は関数 $y = \dfrac{1}{2}x^2$ のグラフで，直線は関数 $y = ax + 2$（$a < 0$）のグラフです。直線と曲線との交点のうち x 座標が負である点を A，正である点を B とし，直線と y 軸との交点を C とします。また，曲線上に x 座標が 3 である点 D をとります。

このとき，次の各問に答えなさい。



(1)　△OCD の面積を求めなさい。
ただし，座標軸の単位の長さを 1 cm とします。

(2)　△ADC の面積が，△CDB の面積の 4 倍になるとき，a の値を求めなさい。

4　右の図 1 のように，線分 AB を直径とする半円 O の $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ 上に点 P をとります。また，線分 AP 上に AM : MP = 2 : 1 となる点 M をとり，線分 BM をひきます。

AB = 6 cm，∠ABP = 60° のとき，次の各問に答えなさい。

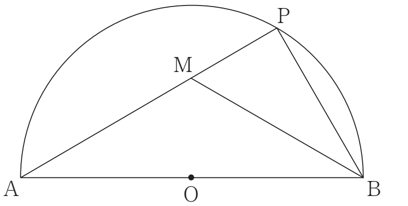


図 1

(1)　線分 PM の長さを求めなさい。

(2)　右の図 2 のように，線分 BM を延長し，$\overset{\frown}{\mathrm{AP}}$ との交点を Q とします。また，線分 OP をひき，線分 BQ との交点を R とします。

このとき，次の①，②に答えなさい。

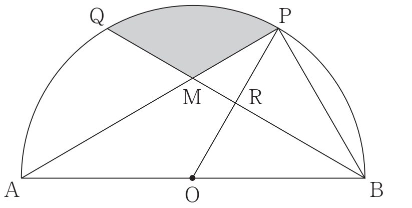


図 2

①　半円 O を，線分 BQ を折り目として折ったとき，点 P は点 O と重なります。その理由を説明しなさい。

②　図 2 のかげ（　）をつけた部分の面積を求めなさい。
ただし，円周率は π とします。

2019年度　埼玉県公立高校入試問題

1 (1) $3a$　(2) 1　(3) $-6x^3y$　(4) $-\sqrt{5}$　(5) $(x-3)(x+9)$　(6) $(x=)\ 2$　$(y=)-1$

(7) $(x=)\ \dfrac{3\pm\sqrt{17}}{4}$　(8) $(y=)\ \dfrac{1}{2}x+1$　(9) 40 (度)　(10) イ(と)エ

(11) ① 11　② 赤い布1枚と白い布18枚，赤い布6枚と白い布9枚

≪解説≫

(1) 与式 $=(-2+5)a=3a$

(2) 与式 $=2-1=1$

(3) 与式 $=-\dfrac{3x^2\times 2xy^3}{y^2}=-6x^3y$

(4) 与式 $=\dfrac{10\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}-\sqrt{3^2\times 5}=2\sqrt{5}-3\sqrt{5}=-\sqrt{5}$

(5) 和が6，積が -27 の2数は，-3 と9だから，与式 $=(x-3)(x+9)$

(6) 与式を順に(i)，(ii)とする。(i)を(ii)に代入して，$x-2(5-3x)=4$ より，$x-10+6x=4$ だから，$7x=14$　よって，$x=2$　これを(i)に代入して，$y=5-3\times 2=-1$

(7) 解の公式より，$x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times 2\times(-1)}}{2\times 2}=\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{4}$

(8) この1次関数の式を $y=ax+b$ とすると，$a=\dfrac{3-0}{4-(-2)}=\dfrac{1}{2}$　したがって，$y=\dfrac{1}{2}x+b$ に，$x=-2$，$y=0$ を代入して，$0=\dfrac{1}{2}\times(-2)+b$ より，$b=1$　よって，求める式は，$y=\dfrac{1}{2}x+1$

(9) AEとBCとの交点をHとすると，△ABHの内角と外角の関係より，$\angle AHG=60^\circ+25^\circ=85^\circ$　△HEGにおいて，$\angle HEG=\angle AFE=45^\circ$ だから，$\angle HGE=85^\circ-45^\circ=40^\circ$　よって，$\angle x=\angle HGE=40^\circ$

(10) ア．$x=3$ を代入すると，$y=3^2=9$　イ．$y=x^2$ は2乗に比例する関数なのでグラフは放物線で，$y=t^2$ $(t>0)$ のとき，$x=\pm t$ となり，y 軸に対して対称である。ウ．$y=2^2=4$ より，$-1\leqq x\leqq 2$ のときの y の変域は，$0\leqq y\leqq 4$　エ．x の値が2から4まで増加するときの変化の割合は，$\dfrac{4^2-2^2}{4-2}=\dfrac{16-4}{4-2}=\dfrac{12}{2}=6$　オ．y の値は減少する。よって，イとエが正しい。

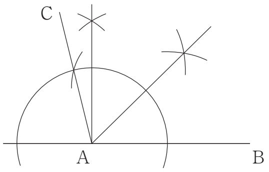
(11)① n 枚使うとすると，重ねる部分は $(n-1)$ か所あるから，$50n-5(n-1)=500$　よっ

て，$45n = 495$ より，$n = 11$

② 重ねる部分は，$(x + y - 1)$か所あるから，$50x + 30y - 5(x + y - 1) = 500$ より，$45x + 25y = 495$　両辺を 5 で割って，$9x + 5y = 99$　よって，$9(11 - x) = 5y$　x，y は自然数だから，$11 - x$ は 5 の倍数。$11 - x = 5$ のとき，$x = 6$，$y = 9$　$11 - x = 10$ のとき，$x = 1$，$y = 18$　$11 - x$ が 15 以上のときは条件に合わない。

2　(1) (およそ) 200 (個)　(2) 24 (cm^3)　(3) (右図)

(例)



(4) 平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから，OA = OC……㋐　OB = OD……㋑　仮定より，AE = CF……㋒　㋐，㋒より，OA − AE = OC − CF だから，OE = OF……㋓　㋑，㋓より，対角線がそれぞれの中点で交わっているから，四角形 EBFD は平行四辺形である。

≪解説≫

(1) 袋の中のオレンジ色のキャップの割合は，抽出したキャップに含まれるオレンジ色のキャップの割合と，ほぼ等しいと推測できるから，はじめに袋に入っていたと考えられる白色のキャップを x 個とすると，$\dfrac{50}{x + 50} = \dfrac{6}{30}$　よって，$6x + 300 = 1500$ より，$x = 200$

(2) 三角錐 ABCD の体積は，$\dfrac{1}{3} \times \left(\dfrac{1}{2} \times 6 \times 6\right) \times 6 = 36$ (cm^3)　三角錐 PBCD と三角錐 ABCD は底面をそれぞれ△PBD，△ABD とすると，高さが等しいので，三角錐 PBCD : 三角錐 ABCD = △PBD : △ABD　また，△PBD と△ABD は底辺をそれぞれ PD，AD とすると，高さが等しいので，△PBD : △ABD = PD : AD = 2 : (1 + 2) = 2 : 3　よって，求める体積は，$36 \times \dfrac{2}{3} = 24$ (cm^3)

(3) 上図のように，点 A における直線 AB の垂線，直角の二等分線，正三角形を作図することで，$\angle CAB = 90° \div 2 + 60° = 105°$ をつくることができる。

3　(1) 3 (cm^2)　(2) $(a =) -\dfrac{3}{2}$

≪解説≫

(1) △OCD は，底辺を OC とすると，高さは，点 D の x 座標より 3 cm，C (0，2)だから，OC = 2 cm　よって，$\triangle OCD = \dfrac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$ (cm^2)

(2) 2 点 A，B からそれぞれ x 軸に垂線 AH，BI を引く。AH ∥ y 軸∥ BI より，AC : CB = HO : OI で，△ADC : △CDB = 4 : 1 より，AC : CB = 4 : 1 だから，HO : OI = 4 : 1　したがって，点 I の x 座標を t ($t > 0$) とすると，点 H の x 座標は $-4t$

で，$B\left(t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$，$A\,(-4t,\ 8t^2)$となる。2点A，Bは，$y = ax + 2$上の点だから，

$\begin{cases} \frac{1}{2}t^2 = at + 2 \cdots\cdots ① \\ 8t^2 = a \times (-4t) + 2 \cdots\cdots ② \end{cases}$ が成り立つ。①－②より，$-\frac{15}{2}t^2 = 5at$　$t \neq 0$より，

$a = \left(-\frac{15}{2}t^2\right) \div 5t = -\frac{3}{2}t$　これを②に代入して，$8t^2 = 6t^2 + 2$　整理して，$2t^2 = 2$より，$t^2 = 1$　$t > 0$だから，$t = 1$　したがって，$a = -\frac{3}{2} \times 1 = -\frac{3}{2}$

4 (1) (PM ＝) $\sqrt{3}$ (cm)

(2) ①（説明）OB ＝ OP，∠OBP ＝ 60° より，△OBP は正三角形となる。また，△PBM は，∠BPM ＝ 90°，PM：PB ＝ $\sqrt{3}$：3 ＝ 1：$\sqrt{3}$ だから，30°，60° の角をもつ直角三角形で，∠PBM ＝ 30°　したがって，線分 BQ は線分 OP の垂直二等分線となるから，点 P は点 O と重なる。② $\frac{3\pi - 3\sqrt{3}}{2}$ (cm²)

≪解説≫

(1) AB は直径だから，∠APB ＝ 90° より，△ABP は 30°，60° の角をもつ直角三角形となり，$AP = \frac{\sqrt{3}}{2}AB = 3\sqrt{3}$ (cm)　よって，$PM = AP \times \frac{1}{1+2} = 3\sqrt{3} \times \frac{1}{3} = \sqrt{3}$ (cm)

(2)② 影をつけた部分は，おうぎ形 OPQ から四角形 OPMQ を引いたものとなる。$\overset{\frown}{QP}$に対する円周角と中心角の関係より，∠QOP ＝ 2∠QBP ＝ 2 × 30° ＝ 60° だから，おうぎ形 OPQ の中心角は 60°，半径は，$OA = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ (cm)なので，おうぎ形 $OPQ = \pi \times 3^2 \times \frac{60}{360} = \frac{3}{2}\pi$ (cm²)　また，∠BPO ＝∠QOP ＝ 60° より，錯角が等しいから，OQ ∥ BP で，PR ＝ OR より，△ORQ ≡△PRB となるから，四角形 OPMQ ＝ △RPM ＋△ORQ ＝△RPM ＋△PRB ＝△BPM ＝ $\frac{1}{2}$ × PM × PB ＝ $\frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 3 = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ (cm²)　よって，求める面積は，$\frac{3}{2}\pi - \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{3\pi - 3\sqrt{3}}{2}$ (cm²)